طراحی سازوکار بر مبنای تئوری بازی

فرشته آزادی پرند[1]

چکیده

در این مقاله به‌بررسی روش‌های مختلف طراحی سازوکار مبتنی بر مفاهیم تئوری بازی پرداخته‌شده است. بدین مفهوم که با درنظرگرفتن رفتار عاقلانه و خودخواهانهٔ عامل‌ها در یک محیط چندعاملی چگونه می‌توان به اهداف تعیین‌شده سیستم رسید.

کلیدواژه‌ها: تئوری بازی، طراحی سازو کار، عامل خودخواه

---

[1] .استادیار دانشکده آمار، علوم ریاضی و رایانه parand@atu.ac.ir

۱- مفاهیم پایه

مسئله طراحی سازوکار پیاده‌سازی راه‌حل بهینه در سطح سیستم برای یک مسئله بهینه‌سازی توزیع‌شده با عامل‌های خودخواه هست. هرکدام از عامل‌ها اطلاعات خصوصی دربارهٔ اولویت‌هایشان برای پیامدهای مختلف دارند. در طراحی سازوکار، هدف کلی سیستم با یک تابع انتخاب اجتماعی[1] تعریف می‌شود که با درنظرگرفتن گونه‌عامل‌ها، پیامد بهینه را انتخاب می‌کند. تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)\to O$ یک پیامد $f:\theta_1\times...\times\theta_I\to O$ را با در نظر گرفتن نوع عامل‌ها $\theta=(\theta_1\times...\times\theta_I)$ انتخاب می‌کند. مسئله طراحی سازوکار پیاده‌سازی قوانین بازی است به قسمی که راهبردهای ممکن و روش‌های استفاده‌شده برای انتخاب پیامد بر مبنای راهبردهای عامل‌ها تعریف شود. این تعریف باید به‌گونه‌ای باشد که هدف سیستم یا به‌عبارت‌دیگر، تابع انتخاب اجتماعی با وجود خودخواهی عامل‌ها، قابل پیاده‌سازی باشد. یک سازوکار $M=(\Sigma_1,...,\Sigma_I,g(.))$ مجموعه راهبردهای Σ_i موجود برای هر عامل i و بر مبنای راهبردهای کاربران، قانون تولید پیامد $g:\Sigma_1\times...\times\Sigma_I\to O$ را تعریف می‌کند. به‌عبارتی، یک سازوکار راهبردهای موجود و روش استفاده‌شده برای انتخاب پیامد نهایی را بر مبنای راهبرد عامل‌ها تعریف می‌کند. تئوری بازی برای تحلیل پیامد سازوکار است. سازوکار M با تابع پیامد $g(.)$ برای کلیه اولویت ممکن عامل‌ها، تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)$ را پیاده‌سازی می‌کند. اگر پیامد محاسبه‌شده توسط مجموعه راهبردهای منجر به تعادل عامل‌ها، حلی برای تابع انتخاب اجتماعی عامل‌ها باشد؛ به عبارت رسمی سازوکار $M=(\Sigma_1,...,\Sigma_I,g(.))$ تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)$ را پیاده‌سازی می‌کند اگر شرط زیر برقرار باشد:

برای انواع $(\theta_1,....,\theta_I)\in\Theta_1\times...\times\Theta_I$ عامل‌ها با فرض اینکه مجموعه راهبردهای منجر به تعادل $s=(s_1^*,..,s_I^*)$ است، داشته باشیم $g(s_1^*(\theta_1),....,s_I^*(\theta_I))=f(\theta)$. توجه نمایید g پیامدی است که با توجه به راهبرد انواع کاربرها اتفاق می‌افتد و f تابع هدفی

1. Social choice functio

است که به‌دنبال آن هستیم.

۲- خصوصیات توابع انتخاب اجتماعی در طراحی سازوکار

بسیاری از خصوصیات یک سازوکار در قالب خصوصیات تابع انتخاب اجتماعی که سازوکار آن را پیاده‌سازی می‌کند بیان می‌شوند. در اینجا تعدادی از خصوصیات مطلوب توابع انتخاب اجتماعی بیان می‌شوند.

- **بهینه پَرِتو**[1]

یک تابع انتخاب اجتماعی بهینه پَرِتو هست، اگر با افزایش سود یک عامل، سود حداقل یکی از بقیه عامل‌ها کاهش یابد. به‌عبارت‌دیگر، در حالت بهینه پَرِتو، پیامدهایی ایجاد یا در اصطلاح پیاده‌سازی می‌شود که در مقابل آن هیچ پیامد دیگری وجود نداشته باشد که به ازای آن پیامد حداقل یک عامل سود بیشتر به‌دست آورد و سود دیگر عامل‌ها کمتر نشود. تابع $f(\theta)$ بهینه پَرِتو هست اگر برای مجموعه پیامدهای $o' = f(\theta)$ و همه انواع $\theta = (\theta_1, ..., \theta_I)$ عامل‌ها، داشته باشیم:

$$u_i(o', \theta_i) > u_i(o, \theta_i) \Rightarrow \exists j \; u_i(o', \theta_j) < u_i(o, \theta_j)$$

به‌عبارتی‌دیگر، در یک حل بهینه پَرِتو هیچ عاملی نمی‌تواند سود بیشتر به دست آورد، مگر اینکه سود حداقل یک عامل کمتر شود. یک فرض متداول در طراحی سازوکار این است که توابع سود شبه‌خطی[2] بوده و عامل‌ها بدون ریسک[3] هستند. یک تابع سود شبه‌خطی برای عامل i با گونه θ_i به شکل زیر است:

$$u_i(o, \theta_i) = v_i(x, \theta_i) - p_i$$

درحالی‌که o انتخاب $x \in \kappa$ از مجموعه انتخاب گسسته و پرداخت p_i توسط عامل i را تعریف می‌کند. نوع θ_i برای عامل i اولویت شبه‌خطی تابع ارزش گذاری‌اش، $v_i(x, \theta_i)$ را مشخص می‌کند. $v_i(x, \theta_i)$ ارزش هر انتخاب $x \in \kappa$ را مشخص می‌کند. در یک مسئله

---

1. pareto optimal
2. quasil-linear utility
3. risk neutral

تخصیص، انتخاب‌های κ نمایش تخصیص‌ها[1] و انتقالات[2] نمایشی از پرداخت‌ها به مزایده گذار است. اولویت‌های شبه‌خطی انتقال سود میان عامل‌ها را آسان می‌سازد.

● کارا در تخصیص[3]

تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)=(x(\theta),p(\theta))$ برای عامل‌ها از نوع θ، مجموعه انتخاب‌های $x(\theta)$ و مجموعه پرداختی $p(\theta)$، کارا در تخصیص است، اگر برای تمامی اولویت‌های $\theta=(\theta_1,...,\theta_I)$ برای مجموع ارزش $v_i(x)$ برای هر انتخاب $x\in\kappa$ داشته باشیم:

$$\sum_{i=1}^{I} v_i(x,\theta_i)\geq\sum_{i} v_i(x',\theta_i) \text{ for all } x'\in \mathrm{K}$$

یک تخصیص بهینه مجموع ارزش عامل‌ها را بیشینه می‌کند.

● توازن بودجه‌ای[4]

با توجه به اینکه دریافت خودپرداخت منفی است، تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)=(x(\theta),p(\theta))$ ازنظر بودجه‌ای متوازن است اگر برای تمامی اولویت‌های $\theta=(\theta_1,...,\theta_I)$ داشته باشیم:

$$\sum_{i}^{I} p_i(\theta)=0 \qquad (۴-۱)$$

به‌عبارت‌دیگر، هیچ انتقالی از خارج سیستم به سیستم و از سیستم به خارج وجود ندارد.

● توازن بودجه‌ای ضعیف[5]

تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)=(x(\theta),p(\theta))$. ازنظر بودجه‌ای متوازن ضعیف است، اگر برای تمامی اولویت‌های $\theta=(\theta_1,...,\theta_I)$ داشته باشیم:

---

1. allocation
2. transfe
3. allocative efficiency
4. Budget balance
5. Weak budget ba;ance

$$\sum_{i=1}^{I} p_i(\theta) \geq 0$$

به‌عبارتی‌دیگر، پرداخت شبکه‌ای از سوی عامل‌ها به سازوکار وجود دارد؛ اما پرداختی از سازوکار به عامل‌ها وجود ندارد.

۳- خصوصیات مطلوب سازوکار

بر مبنای خصوصیات تابع اجتماعی [1,2,7,4] که سازوکار پیاده‌سازی می‌کند، خصوصیات سازوکار را می‌توان تعریف نمود. اگر یک سازوکار یک تابع اجتماعی با خصوصیت p را پیاده‌سازی کند سازوکار آن خصوصیت را دارد.

● سازوکار بهینه پرتو

سازوکار M بهینه پَرتو [3,5,7] است اگر تابع انتخاب اجتماعی پَرتو بهینه $f(\theta)$ را پیاده‌سازی کند. سازوکار M بهینه پَرتو عملی[1] است، اگر پیامد برای گونه‌هایی خاصی از عامل‌ها بهینه پَرتو باشد. شکل ضعیف‌تری از بهینه پَرتو، بهینه پَرتو پیش‌بینی‌شده[2] است که در آن هیچ پیامدی وجود ندارد که یک عامل به‌صورت محض ترجیح داده و دیگر عامل‌ها در پیش‌بینی به‌صورت ضعیف ترجیح دهند.

کارا در تخصیص

سازوکار M کارا است اگر تابع انتخاب اجتماعی کارا در تخصیص $f(\theta)$ را پیاده‌سازی کند.

● متوازن بودجه‌ای

سازوکار M متوازن بودجه‌ای [6] است، اگر تابع انتخاب اجتماعی متوازن بودجه‌ای $f(\theta)$ را پیاده‌سازی کند.

---

1. ex post pareto optimal
2. I ndividual rationality

- **سازوکار متوازن بودجه‌ای پیش‌بینی‌شده**[1]

سازوکار M متوازن بودجه‌ای پیش‌بینی‌شده است، اگر انتقالات شبکه‌ای به سازوکار در نقطه تعادل برای توزیع اولویت عامل‌ها در پیش‌بینی متوازن باشد.

- **سازوکار متوازن بودجه‌ای عملی**[2]

سازوکار M متوازن بودجه‌ای عملی است، اگر پرداختی به شبکه در حالت تعادل به ازای همه اولویت‌های عامل‌ها در هر زمان منفی نباشد.

- **سازوکار با خصوصیت عقلانیت فردی عملی**[3]

یک سازوکار عقلانیت فردی عملی [1] دارد، اگر به ازای همه اولویت‌های θ_i تابع انتخاب اجتماعی .$f(\theta)$ را پیاده‌سازی کند به‌گونه‌ای که

$u_i(f(\theta_i,\theta_{-i})) \geq \overline{u_i}(\theta_i)$

که $u_i(f(\theta_i,\theta_{-i}))$ بهره مورد انتظار عامل i برای برون‌داد با فرض اطلاعات توزیع اولویت θ_{-i} دیگر عامل‌ها است. همچنین $\overline{u_i}(\theta_i)$ بهره مورد انتظار از فقدان شرکت در سازوکار است.

- **سازوکار آشکارسازی مستقیم**[4]

سازوکاری است که تنها اعمال ممکن برای یک عامل، اظهار مستقیم اولویت‌هایش به سازوکار است. در سازوکارهای آشکارسازی مستقیم، عامل‌ها فقط می‌توانند اظهارنامه‌ای دربارهٔ اولویت‌هایشان ارائه دهند. یک سازوکار اظهار مستقیم $M=(\theta_1,..,\theta_I,g(.))$ فضای راهبرد را به $\sum_i=\theta_i$ محدود کرده و قانون برون‌داد $\theta_1\times...\times\theta_I \to O$ را دارد که برون‌داد $g(\hat{\theta})$ را بر مبنای اولویت گزارش‌شده $(\hat{\theta}_1\times...\times\hat{\theta}_I)$ انتخاب می‌کند.

---

1. ex-ante budget balance
2. ex-post budget balance
3. Individual rational mechanism
4. direct revelation mechanism

● سازوکار به لحاظ انگیزشی سازگار[1]

نوعی از سازوکارهای آشکارسازی مستقیم است که در نقطه تعادل، عامل‌ها اطلاعات درست دربارهٔ اولویت‌هایشان ارائه می‌دهند. این تعادل می‌تواند تعادل نش، تعادل بیزین نش و تعادل غالب باشد. یک سازوکار اظهار مستقیم و به لحاظ انگیزشی سازگار M، تابع انتخاب اجتماعی $f(\theta)=g(\theta)$ را پیاده‌سازی می‌کند که در آن $g(\theta)$ قانون برون‌داد سازوکار است. اگر در سازوکاری آشکارسازی واقعی راهبرد غالب عامل‌ها باشد، آن را یک سازوکار اثبات- راهبرد[2] گویند که ازنظر تئوری بازی‌ها و محاسباتی خاصیت سودمندی است و درمقابل تغییرات در فرضیات اطلاعات و عقلانیت عامل مستحکم[3] است؛ یعنی، محاسبه راهبرد تعادل یک عامل نیازی به اطلاعات در خصوص راهبرد دیگر عامل‌ها و مفروضاتی در خصوص عقلانیت آن‌ها ندارد. به لحاظ انگیزشی سازگار ملزومات طراحی سازوکار برای غلبه بر رفتار خودخواهانه عامل‌ها را فراهم می‌سازد. اگر یک سازوکار به لحاظ انگیزشی سازگار باشد، عامل باوجود رفتار خودخواهانه گزارش صادقانه اطلاعاتش را انتخاب می‌کند. سازوکارهای مبتنی بر گزارش مستقیم اطلاعات معمولاً ازنظر محاسباتی دارای مشکل هستند.

٤- اصل اظهار مستقیم[4]

اصل اظهار مستقیم [7] راهنمای قدرتمندی برای طراحی سازوکارهایی هست که رفتار خودخواهانه عامل‌ها را کنترل می‌کند. این اصل بیان می‌دارد هر سازوکاری تبدیل‌شونده به سازوکار معادل اظهار مستقیم به لحاظ انگیزشی سازگار است، به گونه‌ای‌که همان تابع انتخاب اجتماعی را پیاده‌سازی کند. همچنین این اثبات یک وسیله تئوریک قوی است که منجر به نتایج امکان‌پذیری و امکان‌ناپذیری در طراحی سازوکار می‌شود.

---

1. Incentive compatible
2. strategy proof
3. robustness
4.direct revelation

● سازوکارهای گراوز- کلارک- ویکری[1]

سازوکارهای ویکری-کلارک-گراوز (VCG) که به‌اختصار سازوکارهای گراوز نامیده می‌شوند، تنها سازوکارهای کارا در تخصیص و اظهار مستقیم اثبات - راهبرد هستند.

مجموعه انتخاب‌های K برای یک عامل با تابع سود شبه - خطی به‌شکل زیر را درنظر بگیریم:

$$u_i(k, p_i, \theta_i) = v_i(k, \theta_i) - p_i$$

در سازوکارهای گراوز عامل نوع θ_i $\widehat{\theta_i} = s_i(\theta_i)$ را گزارش می‌دهد که ممکن است نوع واقعی‌اش نباشد. با فرض اینکه نوع گزارش‌شده $\widehat{\theta_i} = (\widehat{\theta_1}, ..., \widehat{\theta_I})$ باشد، قانون انتخاب در سازوکار گراوز مقدار زیر را محاسبه می‌کند.

$$k^*(\hat{\theta}) = \arg\max \sum_i v_i(k, \hat{\theta_i})$$

که k^* انتخابی است که مجموع ارزش گزارش‌شده همه عامل‌ها را بیشینه می‌کند. پرداخت‌ها در سازوکار گراوز به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند

$$t_i(\hat{\theta}) = h_i(\hat{\theta}_{-i}) - \sum_{j \neq i} v_j(k^*, \hat{\theta}_j)$$

در این عبارت $h_i : \theta_{-i} \to R$ یک تابع دلخواه هست که بر مبنای گونهٔ اعلام‌شده همه عامل‌ها به‌جز عامل i است. آزادی در انتخاب $h_i(.)$ منجر به شکل‌گیری یک خانواده از سازوکارها می‌شود. انتخاب‌های متفاوت، می‌تواند منجر به سبک و سنگین‌کردن توازن بودجه و عقلانیت فردی شود.

● سازوکار محوری[2]

این سازوکار گونه‌ای از سازوکارهای گراوز هست. در این نوع از سازوکار قانون پرداخت $h_i(\hat{\theta}_{-i})$ به‌گونه‌ای انتخاب‌شده است که خاصیت عقلانیت فردی را درحالی تضمین می‌کند که میزان پرداختی عامل‌ها به سازوکار بیشینه شود. در یک سازوکار محوری

---

1. Vickrey-Clarke-Groves
2. Pivotal mechanism

مقدار $h_i(\hat{\theta}_{-i})$ سازوکارهای گراوز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$h_i(\hat{\theta}_{-i}) = \sum v_i(k^*_{-i}(\hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_i)$$

که در آن $k^*_{-i}(\hat{\theta}_{-i})$ انتخاب جمعی بهینه[1] است، زمانی که عامل i در سیستم وجود ندارد. این نوع سازوکار خواص راهبرد - اثبات و کارایی سازوکار گراوز را دارد.

تعریف سازگاری مجموعه انتخاب[2]: یک مجموعه انتخاب سازگار است اگر مجموعه انتخاب ممکن موجود برای سازوکار درصورت افزودن یک عامل به سیستم کاهش نیابد.

تعریف وجودنداشتن اثر خارجی منفی[3]: عامل i برای هر انتخاب بهینه بدون‌شمول خودش، $k^*_{-i}(\theta_{-i})$، ارزش‌گذاری منفی، $v_i(k^*_{-i}, \theta_i) \geq 0$، نداشته باشد.

درصورت برقراری خاصیت سازوکاری مجموعه انتخاب و وجود نداشتن اثر خارجی منفی، سازوکار محوری خاصیت عقلانیت فردی را نیز دارد. به‌صورت خلاصه می‌توان گفت که سازوکارهای محوری خواص عقلانیت فردی، کارایی در تخصیص و اثبات- سازوکار را دارا هستند، اگر اولویت عامل‌ها یکنواخت و بدون‌وجود اثر خارجی منفی باشند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به‌بررسی روش‌های مختلف سازوکار بر مبنای تئوری بازی پرداخته شد. هدف از این کار هم‌راستاسازی منافع تک‌تک عامل‌ها با اهداف اجتماعی بوده است؛ یعنی، سازوکار به‌گونه‌ای طراحی شود که هر عامل زمانی که سود خود را بیشینه می‌کند، منافع جمعی نیز بیشینه شوند. از مفاهیم مطرح‌شده در این نوشتار در علوم اقتصادی، سیاسی و اجتماعی می‌توان استفاده نمود.

---

1. optimal collective choice
2. choice set monotonicity
3. no negative externality

منابع

- R. Buyya (2002). *"Economic-based Distributed Resource Management and Scheduling for Grid Computing,"* PhD thesis, Monash Univ. Australia.
- R. Buyya, D. Abramson, J. Giddy, H. (2002). *Stockinger: Economic models for resource management and scheduling in Grid computing.* Concurrency and Computation: Practice and Experience 14(13-15): 1507-1542.
- Li Chunlin, *L.* (2005). *Layuan: A distributed utility-based two level market solution for optimal resource scheduling in computational grid*. Parallel Computing 31(3-4): 332-351.
- K. Lai, B.A. Huberman, L. Fine, (2004). Tycoon: *A distributed market-based resource allocation system, Technical Report* arXiv:cs.DC/0412038, December 8.
- D. Lehmann, L.Ita O'Callaghan, and Y Shoham. (2002). *Truth revelation in approximately efficient combinatorial auction*. In JACM 49(5), pages 577–602, Sept. 2002.
- L. Li, Y. a.LIUa, K. Ming LIUa, M. Xiao-lei and Y. Ming, *Pricing in combinatorial double auction-based grid allocation model*, The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications.
- N.Nisan, T. Roughgarden, E.Tardos,V. Vazirani (2007). *Algorithmic game theory*, Cambridge University Press.